

Εισάγοντας τα Μικρά Παιδιά στην Έννοια της Πιθανότητας

Marc Jensen

Πολλοί άνθρωποι αισθάνονται μια αδικαιολόγητη φοβία στη σκέψη της διδασκαλίας των πιθανοτήτων. Στο πιο βασικό της επίπεδο, η πιθανότητα περιστρέφεται γύρω από την ικανότητα να προβλέψουμε αν ένα μελλοντικό γεγονός είναι βέβαιο, πιθανό ή αδύνατο. Ο κόσμος των «πιθανών» γεγονότων μπορεί στη συνέχεια να διερευνηθεί πιο λεπτομερώς ως προς το πόσο πιθανά ή απίθανα είναι. Αυτές οι βασικές έννοιες εξελίσσονται και αναπτύσσονται σε μια πιο μαθηματική κατανόηση της πιθανότητας καθώς τα παιδιά μαθαίνουν να ποσοτικοποιούν αυτήν την κατανόηση. Οι έννοιες των πιθανοτήτων μπορεί να είναι δύσκολες για τα παιδιά επειδή συχνά συναντώνται με τρόπο που απαιτεί λειτουργική χρήση του αριθμού — την ικανότητα χρήσης και σύγκρισης αριθμών για νόημα και όχι απλώς την ικανότητα απλής αναγνώρισής τους. Η σκέψη σχετικά με την πιθανότητα μπορεί επίσης να σημαίνει την πλαισίωση της πιθανότητας ενός γεγονότος με όρους φαντασίας πολλαπλών επαναλήψεων της ίδιας ενέργειας με διαφορετικά πιθανά αποτελέσματα, κάτι πολύ διαφορετικό από το να γνωρίζεις απλώς ότι ένα αποτέλεσμα είναι πιο πιθανό από ένα άλλο. Σκεφτείτε απλώς την πολυπλοκότητα που απαιτείται για να επεξεργαστείτε το μετεωρολογικό δελτίο της ημέρας, όπως «Υπάρχει 80% πιθανότητα βροχής σήμερα».

Μέχρι την ηλικία των 4 ή 5 ετών, τα περισσότερα παιδιά μπορούν να εφαρμόσουν έννοιες πιθανοτήτων σε κάποιες πρακτικές ερωτήσεις σχετικά με μελλοντικά γεγονότα στη ζωή τους. Κάποια πράγματα είναι πιο πιθανά από άλλα, και τα παιδιά το γνωρίζουν: για παράδειγμα, η πιθανότητα να έχουν παγωτό για βραδινό είναι πολύ, πολύ χαμηλή στα περισσότερα σπίτια, ακόμα κι αν η πιθανότητα να συμβεί είναι ελαφρώς μη μηδενική. Ωστόσο, τα παιχνίδια είναι ένα μέρος όπου τα παιδιά συναντούν πιθανοτικά γεγονότα με τρόπους που δημιουργούν εξαιρετικά περίπλοκα αποτελέσματα, και μπορεί να είναι πιο δύσκολο να προβλέψουν αν κάτι είναι πραγματικά μοτίβο ή απλώς ένα ψεύτικο μοτίβο, ή πιθανό ή απίθανο (π.χ., «Προσγειώθηκα στη Λεωφόρο τις τρεις τελευταίες φορές που γύρισα την καρτέλα, οπότε μάλλον θα προσγειωθώ εκεί και αυτή τη φορά»). Αντί να επικεντρώνονται στο πώς η επιλογή του παίκτη καθοδηγείται από το τυχαίο στοιχείο της ρίψης ζαριού — όπως στο Monopoly — είναι δυνατόν να σχεδιαστούν παιχνίδια τα οποία προσελκύουν την προσοχή στα μοτίβα πιθανοτήτων που είναι ενσωματωμένα στο ίδιο το παιχνίδι και να κάνουν τόσο το μοτίβο όσο και τις τυχαίες πηγές υλικού προσβάσιμες στα παιδιά. Αυτό το στοιχείο σχεδιασμού μπορεί να στρεβλωθεί για να μοντελοποιήσει ποσοτικά διαφορετικά επίπεδα πιθανότητας με τρόπο ορατό, συγκεκριμένο και ελκυστικό για τα μικρά παιδιά.



Μια καλή αρχική εργασία για να αρχίσουν τα παιδιά να σκέφτονται την πιθανότητα ενός τυχαίου γεγονότος παιχνιδιού είναι ένας απλός αγώνας ρίψης νομίσματος Κορώνα ή Γράμματα. Αυτό είναι ένα στατιστικά δίκαιο παιχνίδι, όπου το αποτέλεσμα του νομίσματος είναι πραγματικά αμερόληπτο (δηλαδή, το να φέρεις κορώνα ή γράμματα είναι εξίσου πιθανό).

Αυτό μπορεί να παιχτεί ως παιχνίδι ενός παίκτη, αλλά συνήθως

δύο παιδιά στήνουν το παιχνίδι με μια μικρή μάρκα, όπως ένα βότσαλο, στις αφετηρίες της κορώνας και των γραμμάτων (βλ. Εικόνα 1). Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, τα παιδιά ρίχνουν εναλλάξ ένα νόμισμα και μετακινούν είτε τη μάρκα «κορώνα» είτε τη μάρκα «γράμματα» από αριστερά προς τα δεξιά μέχρι να περάσει μία από αυτές τη γραμμή τερματισμού. Είναι χρήσιμο για τα παιδιά να παίζουν αυτό το παιχνίδι ξανά και ξανά, να παρακολουθούν αν η κορώνα ή τα γράμματα κερδίζουν περισσότερα παιχνίδια και να προσπαθούν να προβλέψουν τον επόμενο νικητή. Αφού παίζουν αυτό το παιχνίδι μερικές φορές, ένα παιδί μπορεί ακόμα να πει κάτι του στυλ: «Η κορώνα κέρδισε τα δύο τελευταία παιχνίδια, οπότε η κορώνα είναι καλύτερη σήμερα». Η περίπλοκη συμπεριφορά ακόμα και ενός απλού συστήματος σαν αυτό αποκτά εύκολα μια αίσθηση δράσης για τα μικρά παιδιά. Ωστόσο, αφού το παίζουν πολλές φορές και κρατήσουν σκορ, κάποια παιδιά θα μπορέσουν να κάνουν παρατηρήσεις όπως: «Η κορώνα και τα γράμματα κερδίζουν περίπου τον ίδιο αριθμό αγώνων» ή «Δεν ξέρω ποιος θα κερδίσει την επόμενη φορά».

ΕΙΚ. 1

Ένας πιθανός σχεδιασμός για ταμπλό παιχνιδιού Κορώνα ή Γράμματα. Αυτός ο σχεδιασμός είναι σαφής και απλός για να το διαχειρίζονται τα παιδιά. Ορίζοντας έναν πίνακα με 10 θέσεις για μετακίνηση, το παιχνίδι μπορεί αργότερα να ζαναεπισκεφτεί όταν μελετώνται και τα ποσοστά.



Διπλή Κορώνα ή Γράμματα

Αφού τα παιδιά έχουν παίξει την έκδοση με ένα νόμισμα του Κορώνα ή Γράμματα, μπορεί να εισαχθεί μια δεύτερη έκδοση του παιχνιδιού με δύο πέννες. Σε κάθε γύρο αυτού του παιχνιδιού, το παιδί ρίχνει δύο πέννες, μετακινώντας τη μάρκα για ένα από τα τρία πιθανά αποτελέσματα: κορώνα/κορώνα, κορώνα/γράμματα, ή γράμματα/γράμματα (βλ. Εικόνα 2). Δεδομένου ότι ο συνδυασμός κορώνα/γράμματα είναι δύο φορές πιο πιθανός από οποιονδήποτε από τους άλλους, τερματίζει σχεδόν πάντα πρώτος. Αυτό είναι ένα μεροληπτικό παιχνίδι του οποίου το αποτέλεσμα είναι συνήθως το ίδιο, και ακόμη και σε ένα περιβάλλον Μοντεσσόρι γεμάτο «παιχνίδια τερματισμού», αναγκάζει σε επανεξέταση της φύσης του παιχνιδιού. Τα παιδιά γοητεύονται από το γεγονός ότι ο συνδυασμός κορώνα/γράμματα φαίνεται πάντα να κερδίζει και παίζουν το παιχνίδι ξανά και ξανά μόνο και μόνο για να το δουν να συμβαίνει ξανά.

Στις τελικές του θέσεις, αυτό το παιχνίδι έχει μια πολύ ισχυρή κεντρική τάση, που σημαίνει ότι τα περισσότερα αποτελέσματα τείνουν να πέφτουν προς το κέντρο του εύρους, και τα αποτελέσματα πιο μακριά από το κέντρο είναι όλο και λιγότερο συχνά. Η κεντρική τάση είναι ένα χαρακτηριστικό της «κανονικής κατανομής», ή σχήματος καμπύλης καμπάνας, η οποία

εμφανίζεται παντού στην περιγραφή πληθυσμών ή ομάδων συναφών γεγονότων. Αυτό το παιχνίδι σχεδόν πάντα τελειώνει με τις μάρκες στην ίδια διαμόρφωση: κορώνα/γράμματα φτάνει στο τέλος όταν κορώνα/κορώνα και γράμματα/γράμματα είναι μόλις στη μέση της διαδρομής. Ως σκόπιμα μεροληπτικό παιχνίδι, προτείνει ένα μυστήριο στα παιδιά: Γιατί κερδίζει πάντα ο συνδυασμός κορώνα/γράμματα; Σε τι διαφέρει αυτό από το προηγούμενο παιχνίδι ρίψης ενός νομίσματος; Το να δώσουμε στα παιδιά μια ιδέα εδώ παρέχοντας δύο πολύ διακριτικές πέννες — για παράδειγμα, βάζοντας τη μία μπλε και μία κόκκινη — μπορεί να τα βοηθήσει να παρατηρήσουν ότι υπάρχουν δύο τρόποι να σχηματιστεί κορώνα/γράμματα. Για τα περισσότερα μικρά παιδιά, το μοτίβο σε αυτή την εργασία παραμένει ένα είδος αριθμητικής μαγείας, εκτός εάν κάποιος κάνει το μοτίβο πολύ σαφές, όπως σχηματίζοντας γράφημα μαζί τους, όπως στην Εικόνα 3.

ΕΙΚ. 2

Ένας πιθανός σχεδιασμός για το παιχνίδι Διπλή Κορώνα ή Γράμματα.



ΕΙΚ. 3.

Παρουσιάστε ξανά την εργασία με δύο βαμμένες πέννες, μία βαμμένη κόκκινη (ή με μια κόκκινη κουκκίδα και στις δύο όψεις) και μία βαμμένη μπλε (ή με μια μπλε κουκκίδα και στις δύο όψεις). «Υπάρχουν ένα μπλε νόμισμα και ένα κόκκινο νόμισμα. Ποιοι είναι όλοι οι πιθανοί τρόποι που μπορούν να συνδυαστούν;» «Πόσοι συνδυασμοί δίνουν Κορώνα/Κορώνα, Κορώνα/Γράμματα, και Γράμματα/Γράμματα;»

	ΚΟΡΩΝΑ	ΓΡΑΜΜΑΤΑ
ΚΟΡΩΝΑ	ΚΟΡΩΝΑ / ΚΟΡΩΝΑ	ΚΟΡΩΝΑ / ΓΡΑΜΜΑΤΑ
ΓΡΑΜΜΑΤΑ	ΓΡΑΜΜΑΤΑ / ΚΟΡΩΝΑ	ΓΡΑΜΜΑΤΑ / ΓΡΑΜΜΑΤΑ

Γράφημα με Ζάρια



Παρόμοια με τις ρίψεις νομισμάτων, οι ρίψεις ζαριών μπορούν επίσης να λειτουργήσουν ως τυχαία γεγονότα. Για πολύ μικρά παιδιά που αποκτούν για πρώτη φορά κατανόηση των αριθμών 1–10, το ρίξιμο ενός μόνο ζαριού και στη συνέχεια η χρήση του αποτελέσματος για να συμπληρώσουν ένα γράφημα είναι μια καλή δραστηριότητα η οποία ενισχύει τη συσχέτιση ποσότητας-αριθμητικού ψηφίου. Με κάθε ρίψη, το παιδί χρωματίζει ένα κουτί στη στήλη που αντιστοιχεί στον αριθμό του ζαριού (βλ. Εικόνα 4). Όπως ο πρώτος αγώνας Κορώνα ή Γράμματα, αυτή η

δραστηριότητα είναι στατιστικά ουδέτερη, και οποιοσδήποτε αριθμός είναι εξίσου πιθανό να τερματίσει πρώτος.

Μια πιο σύνθετη διατύπωση της κεντρικής τάσης μπορεί να δημιουργηθεί ρίχνοντας δύο ζάρια, προσθέτοντάς τα και σχηματίζοντας γράφημα των αποτελεσμάτων με παρόμοιο τρόπο (βλ. Εικόνα 5). Σε αυτήν την έκδοση, κάθε στήλη στο γράφημα επισημαίνεται με τους αριθμούς 2–12, και η δραστηριότητα συνεχίζεται μέχρι να γεμίσει ξανά οποιαδήποτε στήλη. Η κεντρική τάση αυτής της δραστηριότητας δεν είναι τόσο ισχυρή όσο στο Διπλή Κορώνα ή Γράμματα, οπότε το μοτίβο μπορεί να είναι λίγο πιο θορυβώδες, αλλά σχεδόν πάντα παράγει μια καλή κεντρική κορυφή. Όπως και στο Διπλή Κορώνα ή Γράμματα, υπάρχουν περισσότεροι συνδυασμοί όψεων ζαριών που παράγουν τα αποτελέσματα που βρίσκονται πιο κοντά στο κέντρο, αλλά και αυτό δεν είναι μια πραγματική κανονική κατανομή.

Αφού παίξουν το παιχνίδι πρόσθεσης/γραφήματος δύο ζαριών αρκετές φορές, είναι ενδιαφέρον να κάνουμε στα παιδιά μερικές ερωτήσεις σχετικά με αυτό. Οι αριθμοί 6, 7 και 8 είναι οι πιο πιθανό να «κερδίσουν», αλλά η πιθανότητα δεν είναι αρκετά ισχυρή ώστε να είναι σίγουρη. Τα παιδιά συνήθως διστάζουν να κάνουν προβλέψεις για το ποιος αριθμός θα κερδίσει, αλλά μπορούν πολύ γρήγορα να διατυπώσουν ότι οι αριθμοί στα άκρα είναι εξαιρετικά απίθανο να το κάνουν. Ένα παιδί στην τάξη μου που επέλεγε αυτήν την εργασία κάθε μέρα για εβδομάδες άρχισε τελικά να μετράει πόσες ρίψεις χρειαζόνταν για να φέρει 2 και έμνε συνεχώς έκπληκτο με το πόσο σπάνιο ήταν: «Χρειάστηκε να ρίξω τα ζάρια 42 φορές προτού φέρω 2.»

Αφού ένα παιδί έχει επιλέξει αυτήν την εργασία πολλές φορές, μπορεί να είναι ενδιαφέρον να καθίσετε μαζί και να καταγράψετε όλα τα πιθανά αποτελέσματα της ρίψης δύο ζαριών ως προσθέσεις (π.χ., «Με πόσους τρόπους μπορούμε να φέρουμε 2 με δύο ζάρια;» «Ένα 1 και ένα 1 είναι ο μόνος τρόπος.»). Για κάποια παιδιά, το να δουν ότι το μοτίβο είναι κυριολεκτικά ενσωματωμένο στη μηχανική του παιχνιδιού είναι σαν να αποκαλύπτεις ένα μαγικό κόλπο. Το ίδιο το παιχνίδι είναι ένα σύστημα με μια έμφυτη μεροληψία.

ΕΙΚ. 4.

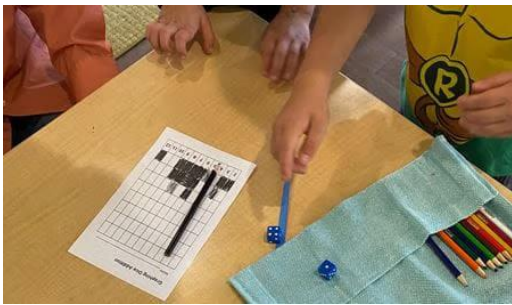
Γραφική απεικόνιση ζαριών με ένα μόνο ζάρι συμπληρωμένο από μαθητές. Τα παιδιά συνειδητοποιούν γρήγορα ότι δεν μπορούν να προβλέψουν ποιος αριθμός θα τελειώσει πρώτος την επόμενη φορά.

ΕΙΚ. 5.

Γραφήματα πρόσθεσης ζαριών συμπληρωμένο από μαθητές.

Για παιδιά στο νηπιαγωγείο, αυτές οι εργασίες δημιουργούν μια αισθητηριακή εντύπωση της κεντρικής τάσης. Βλέπουμε ομαδοποιήσεις με μια συστάδα σημείων δεδομένων γύρω από το κέντρο και σταδιακά λιγότερα σημεία καθώς κινούμαστε προς τα άκρα. Η γραφική παράσταση οποιουδήποτε αριθμού άλλων συνόλων δεδομένων, όπως το ύψος των παιδιών, θα παράγει ανατριχιαστικά παρόμοια μοτίβα. Η δύναμη των μαθηματικών έγκειται στην ικανότητά τους να συγκρίνουν μοτίβα με αυτόν τον τρόπο, ακόμα κι αν δεν μπορούμε να ποσοτικοποιήσουμε με νόημα τις ομοιότητες αυτών των καμπυλών με δχρονα πέρα από τη σύγκριση των ορατών σχημάτων τους.

Ο Κλασματικός Περιστροφικός Δίσκος



Μέχρι την ηλικία των 6 ετών, πολλά παιδιά Μοντεσσόρι αρχίζουν να συναντούν την έννοια των κλασμάτων τόσο στην καθημερινή τους ζωή, όταν τα πράγματα μοιράζονται ή χωρίζονται, όσο και στις τάξεις τους, με υλικά Μοντεσσόρι. Το υλικό των Κλασματικών Ενθεμάτων χωρίζει έναν κύκλο σε προοδευτικά μικρότερα τμήματα ως έναν τρόπο αναπαράστασης της διαίρεσης ενός όλου σε κλασματικές μονάδες.

Τοποθετώντας ένα κόκκινο κλασματικό ένθετο σε έναν λευκό στρογγυλό περιστροφικό δίσκο, μπορείτε να εισαγάγετε την πιθανότητα με ορατά ποσοτικό τρόπο. Τα παιδιά που αναπτύσσουν κατανόηση των κλασμάτων με τα Ένθετα μπορούν συχνά να περιγράψουν πόσο από κάθε χρώμα είναι ορατό (π.χ., «Το $1/10$ είναι κόκκινο. Υπάρχουν $10/10$ σε ολόκληρο τον κύκλο, οπότε τα $9/10$ είναι λευκά.»). Πέρα από την απλή ονομασία του αριθμού, το κλάσμα μπορεί στη συνέχεια να παρουσιαστεί ως αναλογία, συγκρίνοντας τις αναλογίες διαφορετικών χρωμάτων με όρους πιθανότητας (π.χ., «Το $1/10$ του δίσκου είναι κόκκινο. Αυτό σημαίνει ότι θα περιμέναμε 1 στις 10 περιστροφές να προσγειωθεί στο κόκκινο μέρος.»). Οποιοδήποτε από τα κλασματικά τμήματα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για αυτό, αλλά τα δέκατα είναι βολικά επειδή μπορείτε να τα συνδέσετε αργότερα με ποσοστά.

Αυτή η πρόβλεψη είναι θέμα στατιστικής πιθανότητας και είναι σχεδόν πάντα προσεγγιστική παρά ακριβής. Η επαναλαμβανόμενη περιστροφή και καταγραφή μπορεί στη συνέχεια σταδιακά να προσεγγίσει αυτήν την αναλογία στα πραγματικά δεδομένα. Τα εξάχρονα συνήθως δεν μπορούν να εκτελέσουν μια δραστηριότητα όπως αυτή πολλές φορές και στη συνέχεια να δουν ένα μεγάλο σύνολο δεδομένων, όπως 4 κόκκινα και 36 λευκά, και να το δουν ως έκφραση μιας πιθανότητας 1 στα 10, επομένως ο καλύτερος τρόπος για να καταγράφονται οπτικά οι περιστροφές και να οργανώνονται τα αποτελέσματα είναι να τα κρατάμε σε ομάδες των 10 και στη συνέχεια να συγκρίνουμε πολλά σύνολα για ομοιότητες.

Μέχρι την ηλικία των 6 ετών, πολλά παιδιά Μοντεσσόρι αρχίζουν να συναντούν την έννοια των κλασμάτων τόσο στην καθημερινή τους ζωή, όταν τα πράγματα μοιράζονται ή χωρίζονται, όσο και στις τάξεις τους, με υλικά Μοντεσσόρι.

«Μέχρι την ηλικία των 6 ετών, πολλά παιδιά αρχίζουν να συναντούν την έννοια των κλασμάτων τόσο στην καθημερινή τους ζωή, όταν τα πράγματα μοιράζονται ή χωρίζονται, όσο και στις τάξεις τους, με μοντεσσοριανά υλικά.»

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να καταγράψετε δραστηριότητες, όπως ο κλασματικός περιστροφικός δίσκος, που ασχολούνται με αναλογίες, αλλά ένας από τους πιο σαφείς και πιο απτικούς είναι η χρήση βόλων σε δύο χρώματα. Οι κόκκινοι και λευκοί βόλοι αντιστοιχούν ωραία με τα χρώματα του κλασματικού περιστροφικού δίσκου και προσφέρουν υψηλή αντίθεση. Στην τάξη μου, κρατώ ένα καλάθι με 200 βόλους στο ράφι — 100 λευκούς βόλους και 100 κόκκινους βόλους. Τα παιδιά μπορούν να παρακολουθούν τα αποτελέσματα του περιστροφικού δίσκου παίρνοντας έναν βόλο του κατάλληλου χρώματος από το καλάθι για κάθε περιστροφή.

Κόκκινοι και λευκοί βόλοι για εργασία με ποσοστά

Η έννοια του ποσοστού μπορεί επίσης να διερευνηθεί χρησιμοποιώντας 100 κόκκινους και 100 λευκούς βόλους και ένα σακί μυστηρίου. Ξεκινήστε ζητώντας από τα παιδιά να μετρήσουν τους βόλους για να επιβεβαιώσουν πόσοι υπάρχουν. Η μέτρηση σε δεκάδες είναι ο ευκολότερος τρόπος για να γίνει αυτό. Πείτε, «Τοις εκατό σημαίνει 'ανά εκατό'. Πιθανότητα 100% σημαίνει ότι κάτι είναι βέβαιο να συμβεί, και πιθανότητα 0% σημαίνει ότι είναι αδύνατο να συμβεί κάτι. Θα βάλω μόνο τους 100 λευκούς βόλους στο σακί. Πόσο πιθανό είναι να βγάλεις έναν λευκό βόλο; Πόσο πιθανό είναι να βγάλεις έναν κόκκινο βόλο;» Το να βγάλεις έναν κόκκινο βόλο είναι προφανώς αδύνατο εδώ, και τα παιδιά το βλέπουν αυτό ως μια προφανώς αδύνατη περίπτωση. Πολλά παιδιά μπορεί να είναι σε θέση να απαντήσουν 100% και 0% σε αυτές τις ερωτήσεις. Αν υπάρχουν πολλά παιδιά σε αυτό το μάθημα, αφήστε το καθένα να τραβήξει 1–2 βόλους για επαλήθευση.

Στη συνέχεια, πείτε, «Θα αντικαταστήσουμε 10 από τους λευκούς βόλους με 10 από τους κόκκινους βόλους.» Βγάλτε 10 λευκούς και βάλτε 10 κόκκινους. «Πόσοι βόλοι είναι τώρα στο σακί; Πόσοι λευκοί έχουν απομείνει; Πόσο πιθανό είναι να βγάλω έναν λευκό βόλο;» Κάποια παιδιά με στέρεη κατανόηση των αριθμών από το 1 έως το 100 θα είναι σε θέση να απαντήσουν σωστά σε όλες αυτές τις ερωτήσεις. Όπως και πριν, ζητήστε από τα παιδιά να τραβήξουν 1–2 βόλους το καθένα και στη συνέχεια κρατήστε τους όλους για να τους μετρήσετε. Όπως και με τον κλασματικό περιστροφικό δίσκο, το αποτέλεσμα πιθανότατα δεν θα είναι ακριβώς ένας κόκκινος βόλος και εννέα λευκοί βόλοι. «Είχαμε 90% πιθανότητα να βγάλουμε έναν λευκό βόλο από αυτό το σακί, αλλά αυτή ήταν μόνο μια πρόβλεψη. Όσο περισσότερους βόλους τραβάμε, τόσο πιο κοντά θα φτάσουμε. Μπορεί να χρειαστεί να τραβήξουμε και τους 100 βόλους προτού πάρουμε κάθε λευκό.» Συνεχίστε να αντικαθιστάτε τους λευκούς βόλους σε σετ των 10 μέχρι να υπάρχουν 50 από τον καθένα, και κάθε χρώμα να είναι εξίσου πιθανό.

Η ποσοτικοποίηση της πιθανότητας με αυτά τα εργαλεία μπορεί επίσης να διερευνηθεί από την άλλη κατεύθυνση. Τοποθετήστε 10 βόλους στο σακί, αλλά κάντε το με δραματική μυστικότητα, ώστε το χρώμα των βόλων — κόκκινο ή λευκό — να είναι ένα μυστήριο για τα παιδιά. Ο στόχος είναι να μαντέψουν τι υπάρχει στο σακί. Τραβήξτε με τη σειρά έναν βόλο, καταγράψτε το χρώμα

του και μετά επιστρέψτε τον. Σε αυτήν την έκδοση, είναι πολύ σημαντικό να επιστρέφεται κάθε βόλο πριν τραβήξετε τον επόμενο, ώστε η αναλογία των χρωμάτων που είναι διαθέσιμη για κάθε τράβηγμα να παραμένει η ίδια. Τα παιδιά είναι πολύ πρόθυμα να κάνουν προβλέψεις σε αυτό το παιχνίδι, ακόμα και μετά από μόλις 1–2 βόλους όταν το μέγεθος του δείγματος είναι πολύ μικρό. Ως παιχνίδι λογικής, είναι ενδιαφέρον να ρωτάτε τα παιδιά κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, «Τι γνωρίζουμε για το περιεχόμενο του σακιού;» Αφού τραβήξουν κόκκινο 5 φορές, ένα παιδί μπορεί αρχικά να πει, «Υπάρχουν 5 κόκκινα», αλλά λογικά το μόνο που γνωρίζουμε πραγματικά είναι ότι υπάρχει τουλάχιστον 1 κόκκινο. Μπορεί να έχουμε τραβήξει τον ίδιο κόκκινο βόλο 5 φορές. Καθώς τραβιούνται περισσότεροι βόλοι, η καταγεγραμμένη κατανομή χρωμάτων θα πρέπει να αντιπροσωπεύει το περιεχόμενο του σακιού όλο και καλύτερα, και τα παιδιά μπορούν να αρχίσουν να μαντεύουν αν υπάρχουν περισσότερα λευκά ή κόκκινα. Από την περιορισμένη βεβαιότητα, η συζήτηση μπορεί στη συνέχεια να στραφεί σε προβλέψεις βασισμένες στην αναλογία: «Πόσους κόκκινους βόλους νομίζετε ότι υπάρχουν στο σακί;» Τραβώντας 10 βόλους πριν μαντέψουν, μπορούμε επίσης να συγκρίνουμε άμεσα τις 10 τραβήξεις με τους 10 πραγματικούς βόλους και να δούμε πόσο όμοιες είναι.

Ο "Λαγός και η Χελώνα" και το στατιστικό μεροληπτικό ζάρι

Ως τελική προσφορά σχετικά με την πιθανότητα και την πρόβλεψη, το παιχνίδι Λαγός και Χελώνα είναι ένα αγαπημένο στην τάξη μου. Αυτό το παιχνίδι είναι μια στατιστική έκφραση του κλασικού ηθικού μύθου, ο οποίος προσφέρει ένα σπουδαίο μήνυμα για τη σημασία της προσπάθειας και του σθένους έναντι της απλής έμφυτης ικανότητας χωρίς προθυμία για σκληρή δουλειά. Ο μύθος είναι ενσωματωμένος σε ένα πιθανολογικό παιχνίδι που χρησιμοποιεί δύο ζάρια 6 όψεων, το καθένα με πολύ διαφορετικά σύνολα αριθμών. Αυτά τα ζάρια δίνουν στη Χελώνα ένα στατιστικό πλεονέκτημα παρά το γεγονός ότι ο Λαγός είναι ικανός να μετακινηθεί πολύ μεγαλύτερη απόσταση όταν όντως κινείται. Κατασκεύασα ειδικά ζάρια για αυτό το παιχνίδι ζωγραφίζοντας αριθμούς σε άβαφες ξύλινες κύβους. Οι όψεις του ζαριού της Χελώνας λένε 2/2/2/1/1/1, και οι όψεις του ζαριού του Λαγού λένε 8/0/0/0/0/0. Υπάρχουν 17 θέσεις στην πίστα, οπότε ο Λαγός πρέπει να φέρει 8 τρεις φορές για να ολοκληρώσει την πίστα.

Το μάθημα για το παιχνίδι ξεκινά με μια επανάληψη του μύθου χρησιμοποιώντας τα κομμάτια του παιχνιδιού, δείχνοντας ξεκάθαρα στα παιδιά πώς τα ζάρια δημιουργούν μια μαθηματική αναπαράσταση της ιστορίας:

Ο Λαγός ήταν το πιο γρήγορο ζώο, και του άρεσε να προκαλεί άλλα ζώα σε αγώνες γιατί του άρεσε να κερδίζει και να καυχιέται γι' αυτό. Μπορούσε να τρέξει πιο γρήγορα από τον Μπεν και την Ανταλιν και τον Τσάρλι (αναφέρετε όλα τα παιδιά που ακούν· το λατρεύουν αυτό). Μια μέρα, η Χελώνα τον προκάλεσε σε έναν αγώνα. Η Χελώνα ήταν το πιο αργό ζώο. Ο Λαγός το βρήκε αστείο, και αφού ήξερε ότι ήταν τόσο γρήγορος, δεν πίστευε ότι χρειαζόταν να δουλέψει πολύ σκληρά για να νικήσει τη Χελώνα.

Είναι μεγάλη υπηρεσία στα μικρά παιδιά να κάνουμε αυτού του είδους την ελκυστική εργασία μαζί τους και να την αποκαλούμε με το όνομά της: «στατιστική».

Δείξτε στο παιδί το ζάρι του Λαγού και πείτε: «Ο Λαγός μπορεί να τρέξει 8 θέσεις σε μια σειρά, αλλά τις περισσότερες φορές απλά κοιμάται» (ξαπλώστε τον Λαγό στο πλάι όποτε φέρνει 0). Δείξτε στο παιδί το ζάρι της Χελώνας και πείτε: «Η Χελώνα ήξερε ότι δεν ήταν πολύ γρήγορη, αλλά ήταν πρόθυμη να δουλέψει όσο πιο σκληρά μπορούσε, οπότε συνέχιζε αργά και σταθερά σε όλη τη διάρκεια της κούρσας.»

Καθώς η κούρσα εξελίσσεται, οι δύο χαρακτήρες κινούνται πολύ διαφορετικά αλλά συχνά καταλήγουν να καλύπτουν την πίστα με σχεδόν τον ίδιο ρυθμό, περιοδικά φέρνοντας τον αγώνα ισόπαλο. Το στατιστικό πλεονέκτημα της Χελώνας είναι αρκετά μικρό σε αυτήν την έκδοση, και ο Λαγός μερικές φορές κερδίζει, πράγμα που κάνει το παιχνίδι πιο ενδιαφέρον (κατά μέσο όρο, η Χελώνα μετακινείται 1,5 θέση ανά ρίψη, και ο Λαγός μετακινείται μόνο 1,3 θέση, οπότε ο Λαγός κερδίζει περίπου 1 στα 6 παιχνίδια). Τα παιδιά γοητεύονται από τις διαφορές στις κινήσεις τους αλλά δυσκολεύονται να τις αξιολογήσουν κριτικά. Ακόμα κι αν ο Λαγός συνήθως χάνει, τα παιδιά συχνά τον αναγνωρίζουν ως τον «καλύτερο δρομέα» όταν ρωτώνται, επειδή είναι ικανός να τρέξει τόσο πιο γρήγορα όταν το επιλέγει. Στον αρχικό μύθο, η Χελώνα και ο Λαγός δεν παίρνουν ποτέ ρεβάνς, οπότε αυτό το παιχνίδι είναι μια πρόκληση να εξετάσουν το πεδίο της πιθανότητας γύρω από την ιστορία λίγο διαφορετικά.

ΕΙΚ. 6.

Ο Λαγός και η Χελώνα, με την πίστα και τα ειδικά ζάρια τους. Για να είναι ξεκάθαρο, οι αριθμοί είναι διαφορετικών χρωμάτων σε κάθε ζάρι.



Συμπέρασμα

Αυτά τα παιχνίδια χρησιμεύουν ως η αρχή συζητήσεων με τα παιδιά για το πώς να περιγράψουν και να μετρούν την πιθανότητα γεγονότων και για την παρατήρηση μοτίβων αποτελεσμάτων που είναι ενσωματωμένα σε συστήματα. Όλες οι δραστηριότητες που περιγράφονται σε αυτό το άρθρο είναι κατάλληλες για εισαγωγή σε μια τάξη 3–6 ετών και είναι επίσης κατάλληλες για συνέχιση της εργασίας και προβληματισμού σε μια τάξη 6–9 ετών. Τα παιδιά σε μια τάξη 6–9 ετών θα είναι όλο και περισσότερο ικανά να σκέφτονται λογικά αυτές τις δραστηριότητες και να τις προσεγγίζουν με μεγαλύτερη αφαίρεση για να εξηγήσουν γιατί εμφανίζουν τη συμπεριφορά που εμφανίζουν.

Σε έναν κόσμο όπου η πλειονότητα των ανθρώπων γίνονται μαθηματικο-φοβικοί μέχρι την ενηλικίωση, είναι μεγάλη υπηρεσία στα μικρά παιδιά να κάνουμε αυτού του είδους την ελκυστική εργασία μαζί τους και να την αποκαλούμε με το όνομά της: «στατιστική». Η

στατιστική είναι ένα εργαλείο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όλη τη ζωή για να βοηθήσει στη διασαφήνιση μοτίβων και σχέσεων που είναι προβλέψιμα αλλά όχι απλώς γραμμικά, από τον αθλητισμό έως την αστροφυσική. Οι μαθητές της Προσχολικής Ηλικίας μαθαίνουν να κατανοούν τον κόσμο ως ένα προβλέψιμο μέρος. Η χρήση αριθμών για να βοηθήσουν στην κατανόηση μοτίβων με αυτόν τον τρόπο είναι ένα καλό πρώτο βήμα προς την εκτίμηση της ποιότητας και της δύναμης των μαθηματικών και της χαράς της συλλογής δεδομένων για να αποκαλύπτουν μοτίβα!

Ιστότοποι με υλικό για Πιθανότητες

Ο ιστότοπος A Pinch of Kinder έχει μια εξαιρετική ανάρτηση με τίτλο «Teaching Probability in Kindergarten» (<http://tinyurl.com/yyk9kuow>). Προσφέρει καλούς, πρακτικούς τρόπους για να βοηθήσει τα παιδιά να αναπτύξουν ένα μοντέλο για την κατανόηση της πιθανότητας — ιδιαίτερα στην οπτικοποίηση και τη χρήση της γλώσσας της πιθανότητας — και με ενέπνευσε να δημιουργήσω τη δραστηριότητα με το σακί με βόλους (σσ. 41–42).

Ο ιστότοπος Mensa for Kids (<https://www.mensaforkids.org/teach/lesson-plans/probably-probability/>) έχει μια σειρά μαθημάτων για την ποσοτικοποίηση της πιθανότητας για παιδιά Δημοτικού σχολείου, οι οποίες θα λειτουργούσαν ως εξαιρετικές προεκτάσεις αυτών των εννοιών σε μια τάξη 6–9 ετών.

Ο συγγραφέας

Ο Marc Jensen, PhD, είναι δάσκαλος Μοντεσσόρι στο Westminster School στην Οκλαχόμα Σίτι, Οκλαχόμα. Είναι συνθέτης, αυτοσχεδιαστής και συγγραφέας, και διδάσκει μουσική ιστορία ως βοηθητικό προσωπικό στο Indiana University East. Είναι πιστοποιημένος AMS (Πρώιμη Παιδική Ηλικία).

Αυτό το άρθρο δημοσιεύθηκε αρχικά στο Montessori Life, τεύχος Άνοιξη 2021.

https://amshq.org/blog/montessori-education/2022_01_10-learning-to-predict-introducing-young-children-to-probability/

Αναδημοσιεύεται εδώ με την άδεια της American Montessori Society και του συγγραφέα.

Μετάφραση: Δημήτρης Χασάπης